ISSN 2354-6948

KONGRUENSI SEGIEMPAT
(Dikaji Berdasarkan Kongruensi Segitiga)

Nurul Saila

Staf Pengajar Universitas Panca Marga Probolinggo
nurul.saila.2013.2@gmail.com

(diterima: 21.12.2014, direvisi: 28.12.2014)

Abstrak

Kongruensi segiempat masih mengacu pada definisi kongruensi poligon. Segiempat dapat dibentuk dari dua segitiga dengan sebuah sisi sekutu (diagonal). Untuk menunjukkan dua segitiga kongruen, terdapat dua postulat dan satu teorema yang bisa digunakanyaitu (1) postulat sisi-sudut-sisi, (2) postulat sudut-sisi-sudut dan (3) Teorema sisi-sisi-sisi.

Kajian teori ini bertujuan untuk merumuskan teorema yang dapat digunakan untuk menunjukkan segiempat-segiempat kongruen.

Dari kajian ini disimpulkan bahwa dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga: (1) tiga sisi dan dua sudut yang diapit oleh sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua. (2) dua sisi yang bersisian dan diagonal yg ditarik dari titik potong kedua sisi itu, dua sudut yang diapit oleh sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua. (3) dua sisi yang berhadapan dan diagonal serta sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal dengan sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.(4) dua sudut yang berhadapan dan diagonal serta sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal dan terletak pada sisi yang sama dari diagonal segiempat pertama kongruen dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.(5) keempat sisi dan satu diagonal segiempat pertama kongruen dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.

Kata kunci: Kongruensi, Segitiga, Segiempat.

PENDAHULUAN

Kongruensi

Kongruensi dinotasikan dengan " ≅ ".Definisi ruas garis-ruas garis yang kongruen adalah ruas garis-ruas garis yang mempunyai ukuran sama, $\overline{AB} \cong \overline{CD} \leftrightarrow u\overline{AB} = u\overline{CD}$. Sedangkan definisi sudut-sudut yang kongruen adalah sudut-sudut yang mempunyai ukuran sama, $\angle A \cong \angle B \leftrightarrow u\angle A = u\angle B$.

Kongruensi Segitiga

Segitiga adalah poligon yang mempunyai tiga sisi. Biasanya segitiga dinotasikan dengan "Δ". Definisi kongruensi segitiga mengacu pada definisi kongruensi poligon. Definisi poligon-poligon yang kongruen adalah dua poligon dimana terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga:

a. Semua sisi yang berkorespondensi kongruen, dan
b. Semua sudut yang berkorespondensi kongruen.

ABCDEF ≅ PQRSTU ↔

(1) A ↔P, B↔Q, C↔R, D↔S, E↔T, F↔U;

(2)
$\overline{AB} \cong \overline{PQ}, \overline{BC} \cong \overline{QR}, \overline{CD} \cong \overline{RS}, \overline{DE} \cong \overline{ST}, \overline{EF} \cong \overline{TU}, \overline{AF} \cong \overline{PU}$
;

(3) $\angle A \cong \angle P, \angle B \cong \angle Q, \angle C \cong \angle R, \angle D \cong \angle S, \angle E \cong \angle T, \angle F \cong \angle U.$

Berdasarkan definisi poligon-poligon yang kongruen, maka segitiga-segitiga yang kongruen adalah dua segitiga, dimana ketiga sisi dari segitiga pertama kongruen dengan tiga sisi yang berkorespondensi dari segitiga kedua dan ketiga sudut dari segitiga pertama kongruen dengan ketiga sudut yang berkorespondensi dari segitiga kedua.

Δ ABC ≅ Δ DEF ↔ $\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{BC} \cong \overline{EF}, \overline{AC} \cong \overline{DF}$

dan ∠A ≅ ∠D, ∠B ≅ ∠E, ∠C ≅ ∠F.

Terdapat dua postulat dan satu teorema untuk membuktikan segitiga-segitiga kongruen, yaitu:

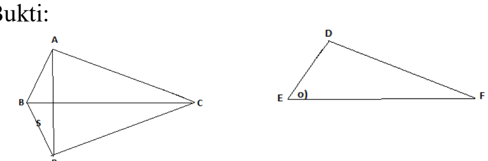
1. Postulat Sisi-Sudut-Sisi:“ Dua segitiga kongruen jika terdapat suatu korespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sisi dan sudut apitnya dari segitiga pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi pada segitiga kedua ”.
2. Postulat Sudut-Sisi-Sudut:“ Dua segitiga kongruen jika terdapat suatu korespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sudut dan sisi apitnya dari segitiga pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi pada segitiga kedua ”.
3. Teorema Sisi-Sisi-Sisi:“ Dua segitiga kongruen jika terdapat suatu korespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga tiga sisi dari segitiga pertama kongruen dengan sisi-sisi yang berkorespondensi pada segitiga kedua ”.

Pembuktian:

Diketahui: $\overline{AD} \cong \overline{DE}, \overline{DC} \cong \overline{EF}, \overline{AC} \cong \overline{DF}$

Buktikan: $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

Bukti:



No	Pernyataan	Alasan
1	Pada titik B, dibuat sudut yang konruen dengan ∠DEF (∠SBC ≅∠DEF)	Pada sebuah titik dari suatu garis, ada suatu sudut yang titik sudutnya titik itu dan salah satu sisinya garis itu sedemikian sehingga sudut ini kongruen dengan sebarang sudut yang diketahui (Postulat)
2	Perpanjang $\overrightarrow{BS}$ ke R, sedemikian sehingga $\overline{BR} \cong \overline{DE}$.	Sinar dapat diperpanjang menurut arahnya sejauh yang diinginkan (postulat).
3	$\overleftrightarrow{RC}$ adalah garis melalui R dan C	Ada satu dan hanya satu garis melalui dua titik (postulat).
4	$\overline{BC} \cong \overline{EF}$	Diketahui
5	ΔBRC ≅ΔDEF	Postulat sisi-sudut-sisi (2, 1, 4)
6	$\overline{RC} \cong \overline{EF}$	Definisi kongruensi segitiga
7	$\overline{BC} \cong \overline{RC}$	Transitif (4, 6)
7	∠CAR ≅∠CRA	Jika dua sisi suatu segitiga kongruen maka sudut-sudut dihadapan sisi-sisi itu kongruen(teorema)
8	$\overline{AB} \cong \overline{DE}$	Diketahui
9	$\overline{AB} \cong \overline{BR}$	Transitif (8, 2)
10	∠BAR ≅∠BRA	Jika dua sisi suatu segitiga kongruen maka sudut-sudut dihadapan sisi-sisi itu kongruen(teorema)
11	∠BAC $\cong \angle BRC$	Postulat penjumlahan dalam kongruensi(7, 10)
12	ΔABC $\cong \Delta BRC$	Postulat sisi-sudut-sisi (9, 11, 7)
13	ΔABC ≅ ΔDEF	Jika dua segitiga kongruen dengan segitiga yang sama maka ketiganya saling kongruen (12, 5) [Teorema]

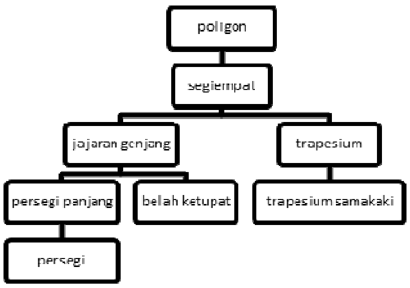
Segiempat

Segiempat adalah poligon yang mempunyai empat sisi. Berdasarkan definisi poligon, maka definisi segiempat adalah adalah himpunan titik-titik P_1, P_2, P_3, P_4 dengan ruas garis-ruas garis $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}, \overline{P_4P_1}$, sedemikian sehingga jika sebarang dua ruas garis berpotongan maka titik potongnya akan berupa P_1, P_2, P_3, P_n dan bukan (tidak ada) titik yang lain.

Himpunan titik-titik P_1, P_2, P_3, P_4 disebut *titik-titik puncak* segiempat. ruas garis-ruas garis $\overline{P_1P_2}, \overline{P_2P_3}, \overline{P_3P_4}, \overline{P_4P_1}$, disebut *sisi-sisi* segiempat. Sudut-sudut $\angle P_1$, $\angle P_2$, $\angle P_3$, $\angle P_4$, disebut *sudut-sudut* segiempat. Ruas garis-ruas garis yang menghubungkan titik-titik puncak yang berhadapan, disebut$\overline{P_1P_3}$, $\overline{P_2P_4}$, disebut *diagonal-diagonal* segiempat.

Segiempat diberi nama menurut nama titik-titik puncaknya yang diambil searah jarum jam atau berlawanan dengan arah jarum jam. Jadi, segiempat diatas dapat diberi nama segiempat $P_1P_2P_3P_4$ atau $P_2P_3P_4P_1$ atau $P_3P_4P_1P_2$ atau $P_4P_1P_2P_3$ (searah jarum jam) atau segiempat $P_1P_4P_3P_2$ atau $P_4P_3P_2P_1$ atau $P_3P_2P_1P_4$ atau $P_2P_1P_4P_3$ (berlawanan dengan arah jarum jam).

Jenis-jenis Segiempat

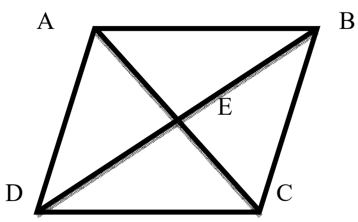


Gambar 1. Jenis-jenis Segiempat

Jajaran Genjang

Definisi jajaran genjang adalah suatu segiempat yang sisi-sisinya yang berhadapan sejajar. Sejajar dinotasikan dengan " ∥ ". Jadi:

ABCD Jajaran genjang $\leftrightarrow \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ dan $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$.

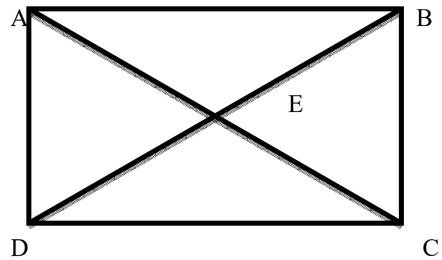


Jajaran genjang ABCD mempunyai sifat-sifat:

1. Sisi-sisi yang berhadapan sejajar ($\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ dan $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$)
2. Sisi-sisi yang berhadapan kongruen ($\overline{AB} \cong \overline{CD}. \overline{AD} \cong \overline{BC}$)
3. Sudut-sudut yang berhadapan kongruen (∠A ≅∠C dan ∠B ≅∠D)
4. Diagonal-diagonalnya membagi dua sama panjang ($\overline{DE} \cong \overline{BE}, \overline{AE} \cong \overline{CE}$)

Persegi Panjang

Definisi persegi panjang adalah suatu jajaran genjang yang mempunyai sebuah sudut siku-siku. Jadi: ABCD persegipanjang $\leftrightarrow ABCD$ jajaran genjang dan ∠A atau ∠B atau ∠C atau ∠D merupakan sudut siku-siku.



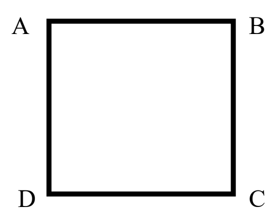
Persegipanjang ABCD mempunyai sifat-sifat:

1. Sisi-sisi yang berhadapan sejajar ($\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ dan $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$)
2. Sisi-sisi yang berhadapan kongruen ($\overline{AB} \cong \overline{CD}, \overline{AD} \cong \overline{BC}$)
3. Keempat sudutnya siku-siku (u∠A = u∠C = u∠B = u∠D = 90°)
4. Diagonal-diagonalnya sama panjang dan membagi dua sama panjang ($\overline{AC} \cong \overline{BD}$, $\overline{DE} \cong \overline{BE} \cong \overline{AE} \cong \overline{CE}$).

Persegi

Definisi persegi adalah suatu persegipanjang dengan dua sisi bersisian kongruen. Jadi:

ABCD persegi ↔ ABCD persegi panjang dan $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ *atau* $\overline{BC} \cong \overline{CD}$ *atau* $\overline{CD} \cong \overline{AD}$ atau $\overline{AD} \cong \overline{AB}$.



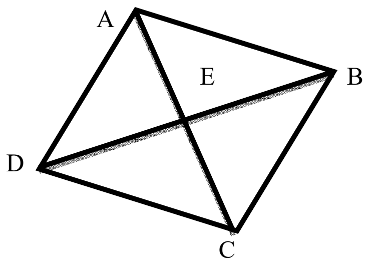
Persegi ABCD mempunyai sifat-sifat:

1. Sisi-sisi yang berhadapan sejajar ($\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ dan $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$)
2. Keempat sisinya kongruen ($AB \cong CD \cong AD \cong BC$)
3. Keempat sudutnya siku-siku (u∠A = u∠C = u∠B = u∠D = 90°)
4. Diagonal-diagonalnya sama panjang dan membagi dua sama panjang ($\overline{AC} \cong \overline{BD}$, $\overline{DE} \cong \overline{BE} \cong \overline{AE} \cong \overline{CE}$).

Belah Ketupat

Definisi belah ketupat adalah suatu jajaran genjang dengan dua sisi bersisian kongruen. Jadi:

ABCD belah ketupat ↔ ABCD jajaran genjang dan $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ *atau* $\overline{BC} \cong \overline{CD}$ *atau* $\overline{CD} \cong \overline{AD}$ atau $\overline{AD} \cong \overline{AB}$.



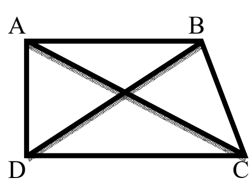
Belah ketupat ABCD mempunyai sifat-sifat:

1. Sisi-sisi yang berhadapan sejajar ($\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ dan $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$)
2. Keempat sisinya kongruen ($\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{AD} \cong \overline{BC}$)
3. Sudut-sudut yang berhadapan kongruen (∠A ≅∠C , ∠B ≅∠D)
4. Diagonal-diagonalnya berpotongan tegaklurus dan membagi dua sama panjang ($\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{DE} \cong \overline{BE}$, $\overline{AE} \cong \overline{CE}$).

Trapesium

Definisi trapesium adalah suatu segiempat yang mempunyai satu dan hanya satu pasang sisi sejajar. Jadi:

ABCD trapesium ↔ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ dan $\overleftrightarrow{AD} \nparallel \overleftrightarrow{BC}$.

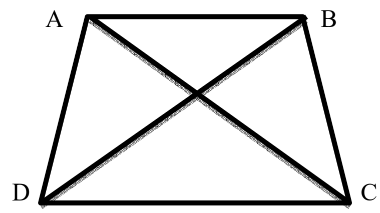


Sisi-sisi yang sejajar, $\overline{AB}$ dan $\overline{CD}$ disebut alas trapesium. $\overline{AB}$ adalah alas atas dan $\overline{CD}$ adalah alas bawah. Sedangkan sisi-sisi yang tidak sejajar, $\overline{AD}$ dan $\overline{BC}$ disebut kaki-kaki trapesium. Sudut-sudut ∠D dan ∠C disebut sudut-sudut alas bawah, sedangkan sudut-sudut ∠A dan ∠B disebut sudut-sudut alas atas.

Trapesium Samakaki

Definisi trapesium samakaki adalah suatu trapesium dimana sisi-sisinya yang tidak sejajar kongruen. Jadi:

ABCD trapesium samakaki ↔ ABCD trapesium dan $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.



Trapesium samakaki ABCD mempunyai sifat-sifat:

1. Mempunyai sepasang sisi sejajar ($\overleftrightarrow{AE} \parallel \overleftrightarrow{CD}$).
2. Sepasang sisi yang tidak sejajar kongruen ($\overline{AD} \cong \overline{BC}$).
3. Sudut-sudut alas bawah dan alas atasnya kongruen (∠D ≅∠C, ∠A ≅∠B).

Kongruensi Segiempat

Segiempat dinotasikan dengan "□". Segiempat adalah poligon yang mempunyai empat sisi. Sehingga kongruensi segiempat mengacu pada kongruensi poligon. Definisi poligon-poligon yang kongruen adalah dua poligon dimana terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga:

a. Semua sisi yang berkorespondensi kongruen, dan
b. Semua sudut yang berkorespondensi kongruen.

Sehingga segiempat-segiempat yang kongruen adalah dua segiempat dimana terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga:

a. Semua sisi yang berkorespondensi kongruen, dan
b. Semua sudut yang berkorespondensi kongruen.

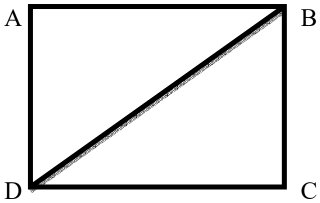
Maka,

□ ABCD ≅ □ PQRS ↔ $\overline{AB} \cong \overline{PQ}, \overline{BC} \cong \overline{QR}, \overline{CD} \cong \overline{RS}, \overline{AD} \cong \overline{PR}$

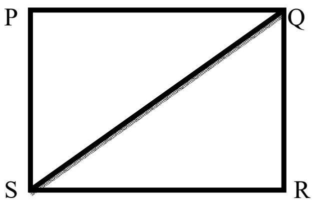
dan

$\angle A \cong \angle P$, $\angle B \cong \angle Q$, $\angle C \cong \angle R$, $\angle D \cong \angle S$.

Suatu Segiempat dapat dibentuk dari dua segitiga dengan sebuah sisi sekutu.



□ ABCD dibentuk oleh ΔABD dan ΔBCD dengan sisi sekutu $\overline{BD}$.



□ PQRS dibentuk oleh ΔPQS dan ΔQRS dengan sisi sekutu $\overline{QS}$.

Jika Δ ABD ≅ ΔPQS, berdasarkan definisi segitiga-segitiga yang kongruen, maka :

1. $\overline{AB} \cong \overline{PQ}, \overline{AD} \cong \overline{PS}, \overline{BD} \cong \overline{QS}$, dan
2. $\angle A \cong \angle P, \angle ABD \cong \angle PQS, \angle ADB \cong \angle PSQ$.

Jika ΔBCD ≅ ΔQRS, berdasarkan definisi segitiga-segitiga yang kongruen, maka:

1. $\overline{BC} \cong \overline{QS}, \overline{CD} \cong \overline{RS}, \overline{BD} \cong \overline{QS}$, dan
2. $\angle C \cong \angle R, \angle CBD \cong \angle RQS, \angle CDB \cong \angle RSQ$.

Karena $\angle ABD \cong \angle PQS$ dan $\angle CBD \cong \angle RQS$ maka ∠B ≅ ∠Q (postulat penjumlahan sudut).

Karena $\angle ADB \cong \angle PSQ \ dan \ \angle CDB \cong \angle RQS$ maka ∠D ≅ ∠Q (postulat penjumlahan sudut).

Sehingga jika Δ ABD ≅ ΔPQS dan ΔBCD ≅ ΔQRS maka:

1. $\overline{AB} \cong \overline{PQ}, \overline{BC} \cong \overline{QS}, \overline{CD} \cong \overline{RS}, \overline{AD} \cong \overline{PS}$, dan
2. $\angle A \cong \angle P$, ∠B ≅∠Q, ∠C ≅∠R, ∠D ≅ ∠S.

Yaitu □ABCD ≅ □PQRS.

Jadi dengan menunjukkan dua segitiga yang membentuk segiempat yang pertama masing-masing kongruen dengan dua segitiga yang membentuk segiempat kedua maka kedua segiempat kongruen.

PEMBAHASAN

Kongruensi Segiempat Berdasarkan Postulat Sisi-Sudut-Sisi.

Postulat Sisi-Sudut-Sisi:

" Dua segitiga kongruen jika terdapat suatu korespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sisi dan sudut apitnya dari segitiga pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi pada segitiga kedua ".

Jadi,

$\overline{AB} \cong \overline{PQ}, \overline{BC} \cong \overline{QR}, \angle B \cong \angle Q \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$,

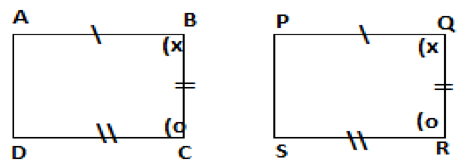
atau

$\overline{BC} \cong \overline{QR}, \overline{AC} \cong \overline{PR}, \angle C \cong \angle R \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$,

atau

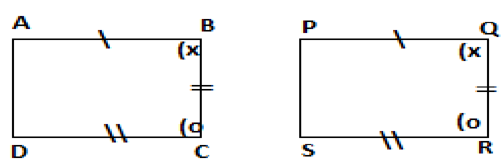
$\overline{AC} \cong \overline{PR}, \overline{AB} \cong \overline{PQ}, \angle A \cong \angle P \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$.

Kajian 1



Pada □ABCD dan □PQRS di atas,□ABCD dapat dibentuk dari ΔABC dan ΔACD, dan □PQRS dapat dibentuk dari ΔPQR dan ΔPRS. Pada ΔABC dan ΔPQR, jika $\overline{AB} \cong \overline{PQ}, \angle B \cong \angle Q \ dan \ \overline{BC} \cong \overline{QR}$ maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi, ΔABC ≅ ΔPQR. Sehingga $\overline{AC} \cong \overline{PR} \ dan \ \angle ACB \cong \angle PRQ$. Jika ∠C ≅∠R maka ∠ACD ≅∠PRS. Dan jika $\overline{CD} \cong \overline{RS}$ maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi, ΔACD ≅ ΔPRS. Sehingga □ABCD ≅ □PQRS.

Pembuktian:



Diketahui: □ABCD dan □PQRS,

$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$

$\overline{BC} \cong \overline{QR}$

$\overline{CD} \cong \overline{RS}$

$\angle B \cong \angle Q$

$\angle C \cong \angle R$

Buktikan: □ABCD ≅ □PQRS

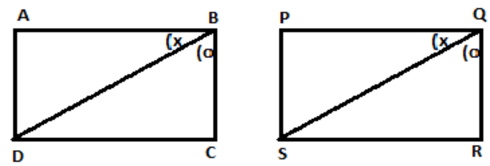
Bukti:

	PERNYATAAN	ALASAN
1.	$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$	Diketahui
2.	$\angle B \cong \angle Q$	Diketahui
3.	$\overline{BC} \cong \overline{QR}$	Diketahui
4.	$\Delta ABC \cong \Delta PQR$	Postulat sisi-sudut-sisi(1,2,3)
5.	$\angle CAB \cong \angle RPQ$	Definisi kongruensi Δ (4)
6.	$\overline{AC} \cong \overline{PR}$	Definisi kongruensi Δ (4)
7.	$\angle ACB \cong \angle PRQ$	Definisi kongruensi Δ (4)
8.	$\angle C \cong \angle R$	Diketahui
9.	$\angle ACD \cong \angle PRS$	Postulat pengurangan sudut(7,6)
10.	$\overline{CD} \cong \overline{RS}$	Diketahui
11.	$\Delta ACD \cong \Delta PRS$	Postulat sisi-sudut-sisi(5,8,9)
12.	$\angle CAD \cong \angle RPS$	Definisi kongruensi Δ (11)
13.	$\angle A \cong \angle P$	Postulat penjumlahan sudut (5, 12)
14.	$\overline{AD} \cong \overline{PS}$	Definisi kongruensi Δ (11)
15.	$\angle D \cong \angle S$	Definisi kongruensi Δ (11)
16.	□ABCD ≅ □PQRS (TERBUKTI)	Definisi kongruensi □ (1,3,10,14; 2,8,13,15)

$\overline{AB}, \overline{BC}, dan\ \overline{CD}$ adalah tiga sisi dari □ ABCD. $\angle B$ adalah sudut yang diapit oleh sisi- sisi $\overline{AB}\ dan\ \overline{BC}$, dan $\angle C$ adalah sudut yang diapit oleh sisi-sisi $\overline{BC}, dan\ \overline{CD}$. Sedangkan $\overline{PQ}, \overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\angle Q$ dan $\angle R$ adalah bagian-bagian dari □ PQRS yang berkorespondensi satu-satu secara berurutan dengan $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$, $\angle B$ dan $\angle C$ dari □ ABCD. Jadi:

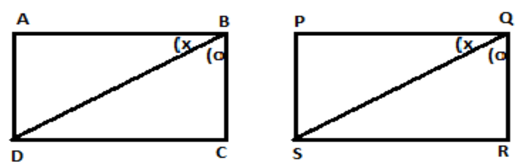
- Dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga tiga sisi dan dua sudut yang diapit oleh sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.

Kajian 2



Pada □ABCD dan □PQRS di atas, □ABCD dapat dibentuk dari ΔABD dan ΔDBC, dan □PQRS dapat dibentuk dari ΔPQS dan ΔSQR. Pada ΔABD dan ΔPQS, jika $\overline{AB} \cong \overline{PQ}$ dan $\angle ABD \cong \angle PQS$ dan $\overline{BD} \cong \overline{QS}$ maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi, ΔABD ≅ ΔPQR. Dan jika $\overline{BC} \cong \overline{QR}$ dan $\angle DBC \cong \angle SQR$ maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi ΔDBC ≅ ΔSQR. Akibatnya: □ABCD ≅ □PQRS.

Pembuktian:



Diketahui: □ABCD dan □PQRS,

$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$

$\overline{BD} \cong \overline{QS}$

$\overline{BC} \cong \overline{QR}$

$\angle DBC \cong \angle SQR$

$\angle ABD \cong \angle PQS$

Buktikan: □ABCD ≅ □PQRS

Bukti:

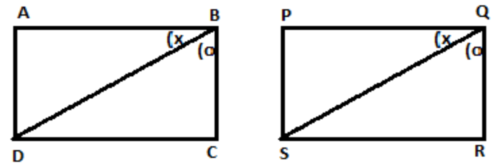
	PERNYATAAN	ALASAN
1.	$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$	Diketahui
2.	$\angle ABD \cong \angle PQS$	Diketahui
3.	$\overline{BD} \cong \overline{QS}$	Diketahui
4.	$\Delta ABD \cong \Delta PQS$	Postulat sisi-

		sudut-sisi(1,2,3)
5.	$\angle A \cong \angle P$	Definisi kongruensi segitiga(4)
6.	$\overline{AD} \cong \overline{PS}$	Definisi kongruensi segitiga(4)
7.	$\angle ADB \cong \angle PSQ$	Definisi kongruensi segitiga(4)
8.	$\overline{BC} \cong \overline{QR}$	Diketahui
9.	$\angle DBC \cong \angle SQR$	Diketahui
10.	$\Delta DBC \cong \Delta SQR$	Postulat sisi-sudut-sisi(3,9,8)
11.	$\angle BDC \cong \angle QSR$	Definisi kongruensi segitiga(10)
12.	$\overline{CD} \cong \overline{RS}$	Definisi kongruensi segitiga(10)
13.	$\angle C \cong \angle R$	Definisi kongruensi segitiga(10)
14.	$\angle B \cong \angle Q$	Postulat penjumlahan sudut(2,9)
15.	$\angle D \cong \angle S$	Postulat penjumlahan sudut(7,11)
16.	□ABCD ≅ □PQRS (TERBUKTI)	Definisi kongruensi □ (1,6,8,12; 5,13,14,15)

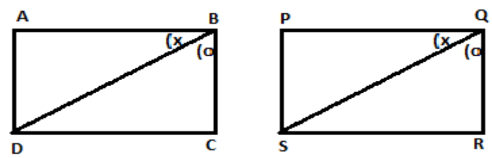
$\overline{AB}$ *dan* $\overline{BC}$ adalah dua sisi yang terletak bersisian dari □ ABCD. $\overline{BD}$ adalah diagonal □ ABCD yang ditarik dari titik potong sisi $\overline{AB}$ *dan* $\overline{BC}$. $\angle DBC$ adalah sudut yang diapit oleh sisi $\overline{BC}$ dan diagonal $\overline{BD}$, dan $\angle ABD$ adalah sudut yang diapit oleh sisi $\overline{AB}$ dan diagonal $\overline{BD}$. Sedangkan $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{QS}$, $\angle SQR$ dan $\angle PQS$ adalah bagian-bagian dari □PQRS yang berkorespondensi secara berurutan dengan $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\angle DBC$ dan $\angle ABD$ dari □ ABCD. Jadi:

- Dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sisi yang bersisian dan diagonal yg ditarik dari titik potong kedua sisi itu, dua sudut yang diapit oleh sisi-sisi itu dari segiempatpertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.

Kajian 2



Pada □ABCD dan □PQRS di atas, □ABCD dapat dibentuk dari ΔABD dan ΔDBC, dan □PQRS dapat dibentuk dari ΔPQS dan ΔSQR. Pada ΔABD dan ΔPQS, jika $\overline{AB} \cong \overline{PQ}$ dan $\angle ABD \cong \angle PQS$ dan $\overline{BD} \cong \overline{QS}$ maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi, ΔABD ≅ ΔPQR. Dan jika $\overline{BC} \cong \overline{QR}$ dan $\angle DBC \cong \angle SQR$ maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi ΔDBC ≅ ΔSQR. Akibatnya: □ABCD ≅ □PQRS.



Pembuktian:

Diketahui: □ABCD dan □PQRS,

$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$

$\overline{BD} \cong \overline{QS}$

$\overline{BC} \cong \overline{QR}$

$\angle DBC \cong \angle SQR$

$\angle ABD \cong \angle PQS$

Buktikan: □ABCD ≅ □PQRS

Bukti:

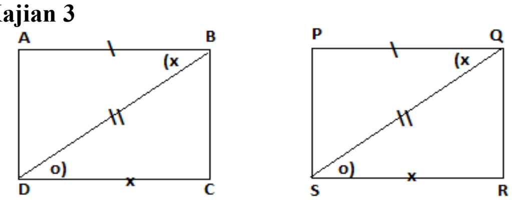
PERNYATAAN		ALASAN
1.	$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$	Diketahui
2.	$\angle ABD \cong \angle PQS$	Diketahui
3.	$\overline{BD} \cong \overline{QS}$	Diketahui
4.	$\Delta ABD \cong \Delta PQS$	Postulat sisi-sudut-sisi(1,2,3)
5.	$\angle A \cong \angle P$	Definisi kongruensi segitiga(4)
6.	$\overline{AD} \cong \overline{PS}$	Definisi kongruensi segitiga(4)
7.	$\angle ADB \cong \angle PSQ$	Definisi kongruensi

		segitiga(4)
8.	$\overline{BC} \simeq \overline{QR}$	Diketahui
9.	∠DBC ≅ ∠SQR	Diketahui
10.	ΔDBC ≅ ΔSQR	Postulat sisi-sudut-sisi(3,9,8)
11.	∠BDC ≅ ∠QSR	Definisi kongruensi segitiga(10)
12.	$\overline{CD} \cong \overline{RS}$	Definisi kongruensi segitiga(10)
13.	∠C ≅ ∠R	Definisi kongruensi segitiga(10)
14.	∠B ≅ ∠Q	Postulat penjumlahan sudut(2,9)
15.	∠D ≅ ∠S	Postulat penjumlahan sudut(7,11)
16.	□ABCD ≅ □PQRS (TERBUKTI)	Definisi kongruensi □ (1,6,8,12; 5,13,14,15)

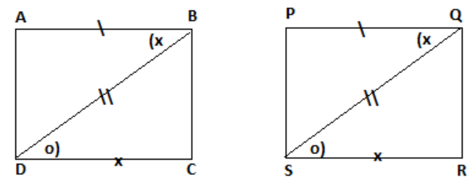
$\overline{AB}\ dan \overline{BC}$ adalah dua sisi yang terletak bersisian dari □ ABCD. $\overline{BD}$ adalah diagonal □ ABCD yang ditarik dari titik potong sisi $\overline{AB}\ dan \overline{BC}$. ∠DBC adalah sudut yang diapit oleh sisi $\overline{BC}$ dan diagonal $\overline{BD}$, dan ∠ABD adalah sudut yang diapit oleh sisi $\overline{AB}$ dan diagonal BD. Sedangkan PQ, QR, QS, ∠SQR dan ∠PQS adalah bagian-bagian dari □PQRS yang berkorespondensi secara berurutan dengan $\overline{AB}$,$\overline{BC}$, $\overline{BD}$, ∠DBC dan ∠ABD dari □ ABCD. Jadi:

- Dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sisi yang bersisian dan diagonal yg ditarik dari titik potong kedua sisi itu, dua sudut yang diapit oleh sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.

Kajian 3



Pada □ABCD dan □PQRS di atas,□ABCD dapat dibentuk dari ΔABD dan ΔDBC, dan □PQRS dapat dibentuk dari ΔPQS dan ΔSQR. Pada ΔABD dan ΔPQS jika $\overline{AB} \cong \overline{PQ}$ dan ∠ABD ≅ ∠PQS dan $\overline{BD} \cong \overline{QS}$ maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi, ΔABD ≅ ΔPQR. Dan jika $\overline{CD} \cong \overline{RS}$ dan ∠BDC ≅ ∠QSR maka berdasarkan postulat sisi-sudut-sisi ΔDBC ≅ ΔQSR. Akibatnya: □ABCD ≅ □PQRS.



Pembuktian:

Diketahui: □ABCD dan □PQRS

$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$

$\overline{BD} \cong \overline{QS}$

$\overline{CD} \cong \overline{RS}$

∠ABD ≅ ∠PQS

∠BDC ≅ ∠QSR

Buktikan: □ ABCD ≅ □ PQRS

Bukti:

	PERNYATAAN	ALASAN
1.	$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$ (ss)	Diketahui
2.	∠ABD ≅ ∠PQS	Diketahui
3.	$\overline{BD} \cong \overline{QS}$	Diketahui
4.	ΔABD ≅ ΔPQR	Postulat sisi-sudut-sisi(1,2,3)
5.	∠A≅ ∠P (sd)	Definisi kongruensi Δ(4)
6.	$\overline{AD} \cong \overline{PS}$ (ss)	Definisi kongruensi Δ(4)
7.	∠ADB ≅∠PSQ	Definisi kongruensi Δ(4)
8.	∠BDC ≅ ∠QSR	Diketahui
9.	∠D ≅ ∠S (sd)	Postulat penjumlahan sudut(7,8)
10.	$\overline{CD} \cong \overline{PS}$ (ss)	Diketahui
11.	ΔDBC ≅ ΔQSR	Postulat sisi-sudut-sisi(3, 8, 10)
12.	∠CBD ≅ ∠RQS	Definisi kongruensi Δ(11)
13.	∠B ≅ ∠Q (sd)	Postulat penjumlahan sudut (2,12)
14.	∠C ≅ ∠R (sd)	Definisi

		kongruensi Δ(11)
15.	$\overline{BC} \simeq \overline{QR}$ (ss)	Definisi kongruensi Δ(11)
16.	□ABCD ≅ □PQRS (TERBUKTI)	Definisi kongruensi □ (1,6,10,15; 5,9,13,14)

$\overline{AB}$ dan $\overline{CD}$ adalah dua sisi yang berhadapan pada □ ABCD. $\overline{BD}$ adalah salah satu diagonal □ ABCD. Dan ∠ABD dan ∠DBC adalah sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal $\overline{BD}$ dengan $\overline{AB}$ dan $\overline{CD}$. Sedangkan $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$, $\overline{QS}$, ∠PQS dan ∠SQR adalah bagian-bagian dari □PQRS yang secara berurutan kongruen dengan $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{BD}$, ∠ABD dan ∠DBC. Jadi:

- Dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sisi yang berhadapan dan diagonal serta sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal dengan sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.

Kongruensi Segiempat Berdasarkan Postulat Sudut-Sisi-Sudut

Postulat Sudut-Sisi-Sudut:

“ Dua segitiga kongruen jika terdapat suatu korespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sudut dan sisi apitnya dari segitiga pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi pada segitiga kedua ”.

Jadi,

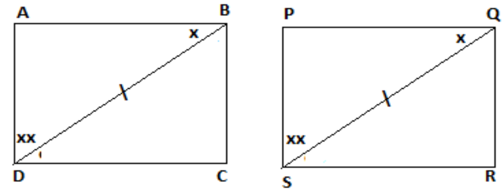
∠A ≅∠P, $\overline{AB} \cong \overline{PQ}, \angle B \cong \angle Q \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$,

atau

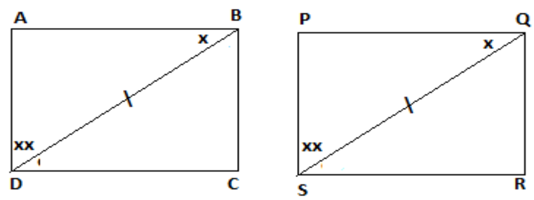
$\angle B \cong \angle Q, \overline{BC} \cong \overline{QR}, \angle C \cong \angle R \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$,

atau

∠A ≅∠P, $\overline{AC} \cong \overline{PR}, \angle C \cong \angle R \rightarrow \Delta ABC \cong \Delta PQR$.



Pada □ABCD dan □PQRS di atas,□ABCD dapat dibentuk dari ΔABD dan ΔDBC, dan □PQRS dapat dibentuk dari ΔPQS dan ΔSQR. Pada ΔABD dan ΔPQS jika ∠ABD ≅∠PQS, $\overline{BD} \cong \overline{QS}$ dan ∠ADB ≅∠PSQ maka berdasarkan postulat sudut-sisi-sudut, ΔABD ≅ ΔPQS. Dan jika ∠B ≅ ∠Q dan ∠D ≅ ∠S, maka ∠ DBC ≅ ∠SQR dan ∠BDC ≅ ∠QSR. Sehingga Δ BDC ≅ Δ QSR. Jadi □ABCD ≅ □PQRS.



Pembuktian:

Diketahui: □ABCD dan □PQRS

∠ABD ≅∠PQS

∠ADB ≅∠PSQ

∠B ≅ ∠Q

∠D ≅ ∠S

∠$\overline{BD} \cong \overline{QS}$

Buktikan: □ABCD ≅ □PQRS

Bukti:

	PERNYATAAN	ALASAN
1.	∠ABD ≅∠PQS	Diketahui
2.	$\overline{BD} \cong \overline{QS}$	Diketahui
3.	∠ADB ≅∠PSQ	Diketahui
4.	ΔABD ≅ ΔPQS	Postulat sudut-sisi-sudut(1,2,3)
5.	$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$(ss)	Definisi kongruensi Δ(4)
6.	$\overline{AD} \cong \overline{PS}$(ss)	Definisi kongruensi Δ(4)
7.	∠A ≅∠P(sd)	Definisi kongruensi Δ(4)
8.	∠B ≅ ∠Q (sd)	Diketahui
9.	∠DBC ≅ ∠SQR	Postulat pengurangan sudut(8,1)
10.	∠D ≅ ∠S(sd)	Diketahui
11.	∠BDC ≅ ∠QSR	Postulat

		pengurangan sudut(10,3)
12.	Δ BDC ≅ Δ QSR	Postulat sudut-sisi-sudut(9,2,11)
13.	$\overline{BC} \cong \overline{QR}$ (ss)	Definisi kongruensi Δ(12)
14.	$\overline{CD} \cong \overline{RS}$(ss)	Definisi kongruensi Δ(12)
15.	∠C ≅∠R(sd)	Definisi kongruensi Δ(12)
16.	□ABCD ≅ □PQRS	Definisi kongruensi □ (5,6,13,14; 7,8,10,15)

B dan ∠D adalah sudut-sudut yang berhadapan pada □ ABCD. $\overline{BD}$ adalah diagonal □ ABCD yang ditarik dari titik-titik sudut ∠B dan ∠D . Dan ∠ABD dan ∠ADB adalah sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal $\overline{BD}$ dengan sisi-sisi □ ABCD dan terletak pada sisi yang sama dari diagonal $\overline{BD}$. Sedangkan ∠Q , ∠S, $\overline{QS}$, ∠PQS dan ∠PSQ adalah bagian-bagian dari □PQRS yang secara berurutan kongruen ∠B, ∠D, $\overline{BD}$, ∠ABD dan ∠ADB. Jadi,

- Dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga dua sudut yang berhadapan dan diagonal serta sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal dan terletak pada sisi yang sama dari diagonal segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.

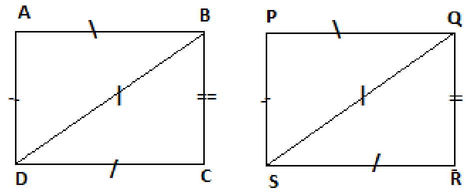
Kongruensi Segiempat Berdasarkan Teorema Sisi-Sisi-Sisi

Teorema Sisi-Sisi-Sisi:

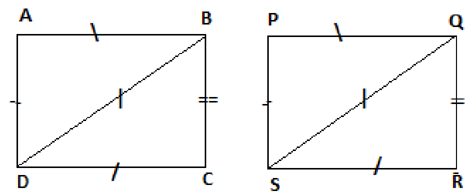
"Dua segitiga kongruen jika terdapat suatukorespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga tiga sisi dari segitiga pertama kongruen dengan sisi-sisi yang berkorespondensi pada segitiga kedua ".

Jadi, jika pada Δ ABC dan Δ DEF berlaku:

$$\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{BC} \cong \overline{EF}, \overline{AC} \cong \overline{EF} \; maka \; \Delta ABC \cong \Delta DEF$$



Pada □ABCD dan □PQRS di atas,□ABCD dapat dibentuk dari ΔABD dan ΔDBC, dan □PQRS dapat dibentuk dari ΔPQS dan ΔSQR. Pada ΔABD dan ΔPQS jika $\overline{AB} \cong \overline{PQ}$, $\overline{BD} \cong \overline{QS}$ dan $\overline{AD} \cong \overline{PS}$ maka berdasarkan teorema sisi-sisi-sisi, ΔABD ≅ ΔPQS. Dan jika $\overline{BC} \cong \overline{QS}$ dan $\overline{CD} \cong \overline{RS}$, maka berdasarkan teorema sisi-sisi-sisi, Δ BDC ≅ Δ QSR. Jadi □ABCD ≅ □PQRS.



Pembuktian:

Diketahui: □ABCD dan □PQRS

$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$

$\overline{BC} \cong \overline{QR}$

$\overline{CD} \cong \overline{RS}$

∠B ≅ ∠Q

∠C ≅ ∠R

Buktikan: □ABCD □ □PQRS

Bukti:

	PERNYATAAN	ALASAN
1.	$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$(ss)	Diketahui
2.	$\overline{BD} \cong \overline{QS}$	Diketahui
3.	$\overline{AD} \cong \overline{PS}$(ss)	Diketahui
4.	ΔABD ≅ ΔPQS	Teorema sisi-sisi-sisi(1, 2, 3)
5.	∠A ≅∠P(sd)	Definisi kongruensi Δ(4)
6.	∠ABD ≅ ∠PQS	Definisi kongruensi Δ(4)
7.	∠ADB ≅ ∠PSQ	Definisi kongruensi

		Δ(4)
8.	$\overline{BC} \cong \overline{QS}$(ss)	Diketahui
9.	$\overline{CD} \cong \overline{RS}$(ss)	Diketahui
10.	Δ BDC ≅ Δ QSR	Teorema sisi-sisi-sisi(8,9,2)
11.	∠C ≅∠R(sd)	Definisi kongruensi Δ(10)
12.	∠CBD ≅ ∠RQS	Definisi kongruensi Δ(10)
13.	∠CDB ≅ ∠RSQ	Definisi kongruensi Δ(10)
14.	∠B ≅ ∠Q(sd)	Postulat penjumlahan sudut (6, 12)
15.	∠D ≅ ∠S(sd)	Postulat penjumlahan sudut (7, 13)
16.	□ABCD ≅ □PQRS	Definisi kongruensi □(1, 3, 8, 9; 5, 11, 14, 15)

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD} dan\ \overline{AD}$ **adalah** keempat sisi dari □ ABCD. $\overline{BD}$ adalah salah satu diagonal □ ABCD. Sedangkan $\overline{PQ}, \overline{QR}, \overline{RS}, \overline{PS}\ dan\ \overline{QS}$ adalah bagian-bagian dari □PQRS yang secara berurutan kongruen dengan $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{AD}$ dan$\overline{BD}$. Jadi,

- Dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi satu-satu diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga keempat sisi dan satu diagonal segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.

KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Berdasarkan konsep kongruensi segitiga, maka dua segiempat kongruen jika terdapat suatu korespondensi diantara titik-titik puncaknya sedemikian sehingga:

1. tiga sisi dan dua sudut yang diapit oleh sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua. (postulat sisi-sudut-sisi)
2. dua sisi yang bersisian dan diagonal yg ditarik dari titik potong kedua sisi itu, dua sudut yang diapit oleh sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.(postulat sisi-sudut-sisi)
3. dua sisi yang berhadapan dan diagonal serta sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal dengan sisi-sisi itu dari segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.(postulat sisi-sudut-sisi)
4. dua sudut yang berhadapan dan diagonal serta sudut-sudut yang dibentuk oleh diagonal dan terletak pada sisi yang sama dari diagonal segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.(postulat sudut-sisi-sudut)
5. sehingga keempat sisi dan satu diagonal segiempat pertama kongruen secara berurutan dengan bagian-bagian yang berkorespondensi dari segiempat kedua.(teorema sisi-sisi-sisi)

Saran

Berdasarkan hasil kajian ini, maka penulis berharap ada yang tertarik untuk melakukan kajian lebih lanjut tentang kongruensi bentuk-bentuk poligon yang lain atau kongruensi poligon secara lebih spesifik.

DAFTAR PUSTAKA

Adinawan, M. Cholik dan Sugijono. 2005. *Matematika untuk SMP/MTs Kelas IX*. Jakarta: Erlangga.

Afrizal. 2010. *Segitiga-Segitiga yang Sebangun*. diunduh melaluihttp://afrizalmr.wordpress.com/category/kesebangunan-segitiga/ pada tanggal 5 Maret 2013.

Asimtot. 2010. Segitiga Kongruen dan Sebangun. diunduh melaluihttp://asimtot.wordpress.com/2010/06/01/segitiga-kongruen-dan-sebangun/ pada tanggal 5 Maret 2013.

Lewis, H. 1968. *Geometry A Contemporary course.*New York: Van Nostrand Co.

Max Peter & William L.S. 1972. *Fundamental Geometry A Simplified Approach.* New York: Litton Educational Publishing Inc.

Moiss, EE & Floyd, LD Jr. 1975. *Geometry.*California: Addison Wesley Publishing Co.

Raharja, Basuki. 2010. *Kesebangunan Segitiga.* diunduh melaluihttp://basukiraharja.wordpress.com/2010/09/04/kesebangunan-segitiga/ pada tanggal 5 Maret 2013.

Tustanto, Wihdiasari, D dan Doh, Juliana JM. 2014. *Makalah Kongruensi dan Kesebangunan Segiempat*. Diunduh melalui http://en.calameo.com/read/0033257636334e859f426 pada tanggal 3 April 2014.

Widya, Fia. 2014. *Makalah Kesebangunan Segitiga dan kongruensi Segitiga.*diunduh melalui http://litfia-kesebangunan-kongruensi-segi3.blogspot.com/2014/03/makalah-kesebangunan-segitiga-dan.html pada tanggal 3 April 2014.